

“L’intreccio tra derivate ed elasticità”

Tematica affrontata

Relazioni e funzioni: la nozione di derivata di una funzione in un punto

Livello di istruzione

Secondo biennio/Quinto anno

Obiettivi formativi per Matematica

A) Linee Guida per gli istituti tecnici (Secondo biennio)

Conoscenze

Concetto di derivata e derivazione di una funzione.

Abilità

Costruire modelli matematici per rappresentare fenomeni delle scienze economiche e sociali, anche utilizzando derivate e integrali.

B) Indicazioni Nazionali per i licei (Quinto anno)

Relazioni e funzioni

Lo studente approfondirà lo studio delle funzioni fondamentali dell’analisi anche attraverso esempi tratti dalla fisica o da altre discipline. Acquisirà il concetto di limite di una successione e di una funzione e apprenderà a calcolare i limiti in casi semplici. Lo studente acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale – in particolare la continuità, la derivabilità e l’integrabilità – anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi). Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo, che si limiterà alla capacità di derivare le funzioni già studiate, semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, le funzioni razionali e alla capacità di integrare funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari, nonché a determinare aree e volumi in casi semplici.

L’obiettivo principale sarà soprattutto quello di comprendere il ruolo del calcolo infinitesimale in quanto strumento concettuale fondamentale nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura. In particolare, si tratterà di conoscere l’idea generale di ottimizzazione e le sue applicazioni in numerosi ambiti.

Obiettivi dell’attività proposta

- Operare con una grandezza nuova, detta elasticità, e definita per la prima all’interno dell’attività stessa

- Calcolare l'elasticità di una curva
- Associare al valore dell'elasticità una corretta interpretazione economica
- Riconoscere un legame tra elasticità di una curva e derivata di una funzione in un punto
- Esplicitare la relazione matematica che lega elasticità e derivata
- Leggere e interpretare rappresentazioni grafiche per reperire le informazioni necessarie

Richiami a concetti teorici

Elasticità della domanda al prezzo

Descrizione dell'attività

L'attività introduce e definisce la nozione di elasticità della domanda al prezzo. Coinvolge gli studenti in prima persona a vestire i panni di un famoso economista, richiedendo loro di calcolare l'elasticità della domanda al prezzo in diverse situazioni di mercato che vengono rappresentate graficamente. In aggiunta al calcolo dell'elasticità in casi particolari, l'attività si presta a porre in evidenza il legame che esiste con la nozione di derivata di una funzione in un punto.

Testo dell'attività proposta

Immagina di vestire i panni di un famoso economista che si occupa dell'analisi del funzionamento dei mercati. Il principale obiettivo del tuo lavoro si focalizza sullo studio e sul calcolo dell'elasticità della domanda al prezzo.

Quello che ti serve sapere è che l'elasticità della domanda al prezzo è definita con il seguente rapporto:

$$E = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}}$$

dove E indica l'elasticità, Q indica la quantità di merce domandata e P il corrispondente prezzo.

Quando $|E| > 1$ la domanda si dice elastica; mentre quando $|E| < 1$ la domanda si dice anelastica.

a) Calcolare l'elasticità della domanda al prezzo nelle situazioni di mercato rappresentate nei seguenti grafici e dire se si tratta di domanda elastica o anelastica, dandone una corretta interpretazione in termini economici.

b) Mettere in relazione l'elasticità con l'inclinazione della curva. Esiste un legame tra elasticità e derivata della funzione in un punto? In caso affermativo, quale?

c) Sapendo che il ricavo è definito come prodotto di P e Q (e quindi varia in funzione di queste due grandezze), quando secondo te conviene aumentare il prezzo per aumentare il ricavo? Per quale valore dell'elasticità?

GRAFICO 1)

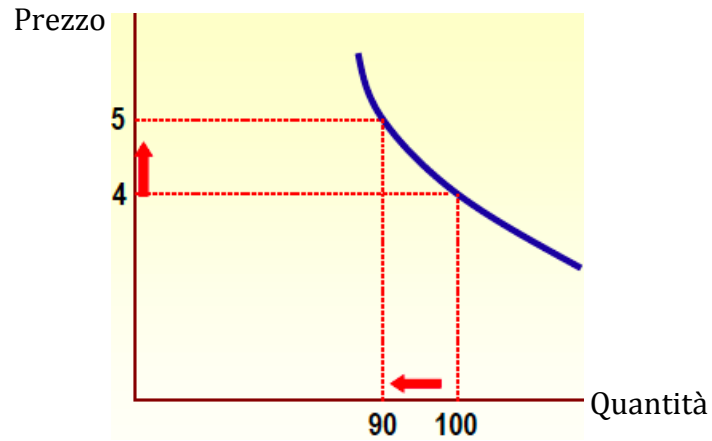


GRAFICO 2)

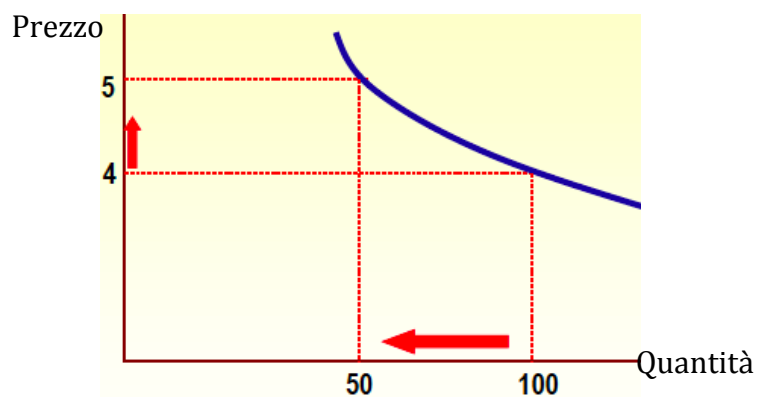


GRAFICO 3)

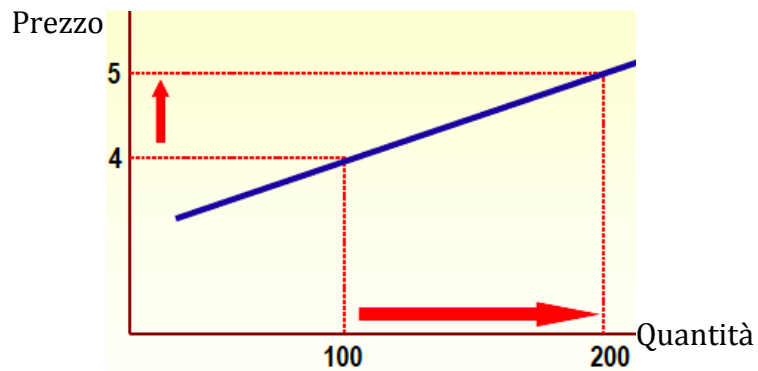
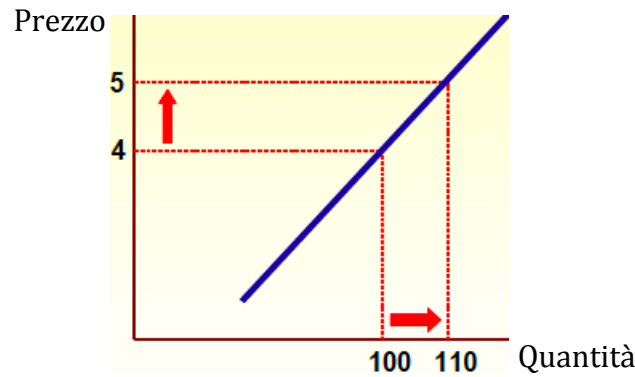


GRAFICO 4)



Commento sull'attività e indicazioni per il docente

L'attività proposta pone gli studenti in una situazione-problema poiché presenta loro una nuova grandezza, detta elasticità, che viene introdotta e definita per la prima volta all'interno dell'attività stessa.

Dopo aver definito l'elasticità della domanda al prezzo, viene richiesto agli studenti di calcolare tale grandezza in diverse situazioni di mercato che vengono fornite attraverso rappresentazioni grafiche.

L'insegnante si aspetta che i ragazzi sappiano leggere e interpretare le informazioni necessarie dai grafici dati e sappiano calcolare i diversi valori dell'elasticità dalla definizione fornita.

Dal calcolo dell'elasticità a partire dai quattro grafici dati si ricava che si tratta di domanda:

GRAFICO 1) Anelastica

GRAFICO 2) Elastica

GRAFICO 3) Elastica

GRAFICO 4) Anelastica

In generale, gli studenti possono osservare che quando la variazione relativa della domanda è minore della variazione relativa del prezzo allora il rapporto che definisce l'elasticità è minore di uno, ossia si tratta di domanda anelastica (ad esempio, i beni di prima necessità come pane o medicinali). Quando invece la variazione relativa della domanda è maggiore della variazione relativa del prezzo allora il rapporto che definisce l'elasticità è maggiore di uno, ossia si tratta di domanda elastica (ad esempio, i beni che non sono di prima necessità).

Agli studenti viene anche richiesto di mettere in luce il legame che esiste tra elasticità e derivata della funzione in un punto. Ricordando la definizione di derivata come limite di un rapporto incrementale, l'insegnante può accettare una relazione del seguente tipo (valida quando $P_2 \rightarrow P_1$):

$$E = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_1}{Q_1} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_1}{Q_1} = \frac{1}{P'(Q)} \cdot \frac{P_1}{Q_1}$$

Tutti i diritti riservati. Comitato Torino Finanza presso la Camera di Commercio di Torino. Vietata la riproduzione a terzi.