

“A spasso tra le funzioni e i costi di un'azienda”

Tematica affrontata

Relazioni e funzioni: funzioni costanti e crescenti

Livello di istruzione

Primo (o secondo) biennio

Obiettivi formativi per Matematica (primo biennio)

A) Linee Guida per gli istituti tecnici e professionali

Relazioni e funzioni

Conoscenze

Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.).

Abilità

Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$. Risolvere problemi che implicano l'uso di funzioni, di equazioni e di sistemi di equazioni anche per via grafica, collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.

B) Indicazioni Nazionali per i licei

Relazioni e funzioni

Obiettivo di studio sarà il linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.), anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo all'introduzione del concetto di modello matematico. In particolare, lo studente apprenderà a descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni; a ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un modello matematico di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa o di teoria delle decisioni.

Lo studente studierà le funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.

Obiettivi dell'attività proposta

- Interpretare una descrizione in linguaggio verbale di una situazione reale
- Individuare rappresentazioni/modelli grafici opportuni per rappresentare la situazione descritta
- Tradurre la descrizione verbale in grafico matematico

- Utilizzare opportune grandezze sugli assi cartesiani
- Rappresentare funzioni costanti in registro grafico e simbolico
- Rappresentare funzioni crescenti in registro grafico e simbolico
- Operare con le funzioni (somma di una funzione costante con una crescente)
- Motivare le proprie scelte in modo coerente con la situazione reale descritta

Richiami a concetti teorici

L'analisi dei costi svolge un ruolo fondamentale nello studio dell'economia politica e dell'economia aziendale. Uno degli aspetti fondamentali è la distinzione tra costi fissi e costi variabili e l'andamento dei costi totali al variare della produzione. I costi fissi non variano al variare della quantità prodotta. Tra essi rientrano i costi per gli impianti, o quelli per la pubblicità (creo l'impianto, non produco nulla, sostengo ugualmente il costo; lancio una campagna pubblicitaria, poi mi ritiro dal mercato, quel costo è comunque dato e fisso). I costi variabili dipendono dalla quantità prodotta e possono avere andamenti differenti a seconda delle produzioni. Il costo medio è il costo totale diviso per la quantità prodotta; analizzarne l'andamento al crescere della produzione permette di capire quanto abbia senso per una impresa aumentare la produzione e quante imprese ci possano/debbero essere sul mercato (se il costo medio fosse sempre decrescente, ad esempio, una impresa sola che producesse tanto, avrebbe costi sempre più bassi e comunque inferiori a quelle di due o tre imprese che si spartiscono la produzione; se il costo medio fosse crescente, per avere costi bassi servirebbero tante imprese piccole).

Descrizione dell'attività

L'attività introduce la nozione di costi fissi e di costi variabili, riferendosi al contesto concreto di una impresa, e chiede di rappresentare graficamente l'andamento dei costi in funzione della quantità di prodotto. Questa situazione tratta da un contesto economico permette di discutere di funzioni costanti, di funzioni crescenti e della loro somma a livello grafico, dandone una interpretazione concreta e non unicamente teorica.

Testo dell'attività proposta

Si vogliono analizzare i costi e le quantità di prodotto di un'impresa che produce vasetti di verdura.

L'impresa ha dei costi fissi che non variano al variare della quantità di vasetti prodotti e sono dovuti alle spese per il funzionamento degli impianti.

L'impresa ha anche costi variabili che dipendono dalla quantità di vasetti di verdura prodotti: se la produzione è limitata, questo costo è contenuto, ma all'aumentare della produzione aumentano i costi (ad esempio dovuti all'acquisto delle materie prime, come le verdure).

In totale, i costi sono dati dalla somma di costi fissi e costi variabili.

1) Come si possono rappresentare graficamente i costi fissi?

2) Come si possono rappresentare graficamente i costi variabili in base alla situazione descritta?

3) Come si possono rappresentare graficamente i costi totali?

Motivare le scelte fatte in ognuno dei 3 grafici.

Associare ad ogni grafico l'espressione simbolica della funzione rappresentata.

4) Come variano i costi medi, definiti come rapporto tra costo totale e quantità prodotta?

Commento sull'attività e indicazioni per il docente

La situazione economica proposta rende l'attività meno tradizionale rispetto agli esercizi più comuni nell'insegnamento-apprendimento della matematica. Essa si presta per realizzare una modellizzazione grafica della situazione descritta in linguaggio verbale. In particolare si richiede allo studente di rappresentare 3 funzioni prima in registro grafico e poi simbolico, dove le variabili sono i costi (ordinate) e la quantità prodotta (ascisse):

- 1) una funzione costante per i costi fissi, al variare della quantità prodotta (retta parallela all'asse delle ascisse, del tipo $y = k$)
- 2) una funzione crescente per i costi variabili, che aumentano all'aumentare della quantità prodotta (qualsiasi funzione crescente $f(x)$)
- 3) una funzione somma delle due precedenti (traslazione verticale, del tipo $f(x) + k$)

L'insegnante può accettare varie tipologie di rappresentazioni, soprattutto nel caso di funzione crescente: funzione lineare o quadratica nel caso di studenti del primo biennio, o altri andamenti (es. esponenziale) nel caso di studenti del secondo biennio. Per tale ragione, l'attività si può proporre anche nel secondo biennio di istruzione secondaria di secondo grado.

La richiesta di motivare le scelte fatte mira a sviluppare le capacità argomentative degli studenti. L'insegnante si aspetta argomentazioni pertinenti che legano in modo coerente la situazione economica descritta con la rappresentazione grafico/matematica prodotta dallo studente.

Approfondimenti

- Laboratorio con GeoGebra

I costi fissi e variabili possono essere riprodotti e studiati con il software GeoGebra (<https://www.geogebra.org>).

L'integrazione tra vari ambienti (nello specifico Foglio di calcolo e Piano cartesiano) permette di creare tabelle di valori per i costi fissi e per i costi variabili e di rappresentarli graficamente. L'analisi dell'andamento grafico apre la discussione su funzioni matematiche costanti e crescenti.

Dal punto di vista metodologico, il laboratorio con GeoGebra si presta per organizzare l'attività a coppie o a piccoli gruppi di studenti.

- Attività di simulazione/Gioco di ruolo

Attività di simulazione, in cui gli studenti ricoprono un ruolo importante: gestire i costi di un ristorante. In questo ruolo, gli studenti devono creare tabelle di valori realistici, in cui far figurare tutti gli ipotizzati costi fissi per la gestione del ristorante e alcuni dei costi variabili.

Si può organizzare l'attività in piccoli gruppi di studenti in modo tale che, al termine della fase in cui vengono ipotizzati i costi fissi e variabili, sia possibile sviluppare una discussione e un confronto fra i vari gruppi sui costi totali del proprio ristorante.

In questo modo, dal confronto sarà possibile scoprire quale situazione si avvicina di più a quella realistica di un ristorante.

L'idea di non fornire dati, ma di lasciare agli studenti la libertà di formulare ipotesi sui valori credibili dei costi fissi e variabili mira a sviluppare un senso di consapevolezza economica.

Un esercizio aggiuntivo simile potrebbe richiedere di valutare i costi di una scuola (i costi fissi giocano un ruolo fondamentale; entro certi limiti, al crescere del numero di allievi, i costi variano pochissimo).

Link utili:

<https://www.slideshare.net/stefano.azzini/i-costi-nella-ristorazione>

<http://aquachiara.it/blog/gestione-dei-costi-nella-ristorazione/>

Tutti i diritti riservati. Comitato Torino Finanza presso la Camera di Commercio di Torino. Vietata la riproduzione a terzi.