

“Curve di domanda e di offerta”

Tematica affrontata

Relazioni e funzioni: funzioni di tipo lineare, tratti di retta nel piano cartesiano

Livello di istruzione

Primo biennio: classe I, classe II

Obiettivi formativi per Matematica (primo biennio)

A) Linee Guida per gli istituti tecnici e professionali

Relazioni e funzioni

Conoscenze

Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.). Collegamento con il concetto di equazione. Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa).

Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi di equazioni e di disequazioni. Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. Rappresentazione grafica delle funzioni.

Abilità

Risolvere equazioni e disequazioni di primo e secondo grado; risolvere sistemi di equazioni e disequazioni.

Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$. Risolvere problemi che implicano l'uso di funzioni, di equazioni e di sistemi di equazioni anche per via grafica, collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.

B) Indicazioni Nazionali per i licei

Relazioni e funzioni

Obiettivo di studio sarà il linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.), anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo all'introduzione del concetto di modello matematico. In particolare, lo studente apprenderà a descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni; a ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un modello matematico di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa o di teoria delle decisioni.

Lo studente studierà le funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.

Obiettivi dell'attività proposta

- Leggere e interpretare un grafico dato, riguardante un contesto economico
- Riconoscere funzioni di tipo lineare nel piano cartesiano da un tratto di retta dato
- Rappresentare in forma simbolica funzioni di tipo lineare a partire da una rappresentazione grafica
- Ricavare il punto di intersezione tra due funzioni lineari
- Risolvere un sistema di due equazioni in due incognite per via algebrica
- Ragionare e discutere sull'andamento di funzioni lineari che rappresentano/modellizzano la curva di domanda e di offerta
- Usare consapevolmente notazioni e sistemi di rappresentazione diversi da quelli tradizionali

Richiami a concetti teorici

Le curve di domanda e di offerta sono uno dei concetti base dell'economia, e sono utilizzate per studiare il mercato, ovvero il luogo ideale dove avvengono l'incontro tra domanda e offerta e lo scambio di beni. Immaginiamo che il mercato sia concorrenziale. Il bene deve essere assolutamente omogeneo. Imprese e consumatori sono piccolissimi e quindi non in grado di influenzare il prezzo (ad esempio: sul mercato si scambiano un milione di unità e ciascuna impresa al massimo ne produce dieci; la singola impresa è irrilevante sul totale). Se ci fossero, ad esempio, invece, imprese grandi l'equilibrio andrebbe studiato in maniera diversa; il prezzo non sarebbe fatto dal mercato perché le imprese sarebbero forti e in grado di influenzarlo.

Le due curve sintetizzano e rappresentano il comportamento di consumatori e imprese. La curva di domanda esprime la quantità che il mercato è disposta ad acquistare, al variare del prezzo. La relazione ha un andamento negativo; prezzi bassi implicano una domanda elevata e viceversa. AL contrario la funzione di offerta ha un andamento crescente: prezzi alti sono legati a quantità elevate e prezzi bassi sono legati a quantità ridotte. Dietro a queste curve c'è una analisi lunga e complessa che non è necessaria per comprendere il senso generale del grafico di equilibrio del mercato. L'idea è che sia possibile rappresentare una relazione tra domanda e prezzo e tra offerta e prezzo e che l'incrocio delle curve definisca un prezzo di equilibrio che si raggiunge in condizioni di libertà da parte delle imprese e dei consumatori e di concorrenza.

L'economia rappresenta la domanda sull'asse orizzontale e il prezzo su quello verticale. Obiettivo dell'analisi è trovare il prezzo di equilibrio che risulta dalla domanda e dall'offerta (tali variabili sono in relazione tra di loro).

Descrizione dell'attività

La seguente attività si configura come una situazione-problema in cui il contesto economico rappresenta la situazione reale di riferimento, che permette di lavorare con concetti matematici quali le relazioni lineari tra due quantità variabili. In un contesto di mercato le due tradizionali variabili x ed y vengono sostituite dalla quantità di un bene e dal prezzo.

Testo dell'attività proposta

Il seguente grafico rappresenta due curve nel piano cartesiano: la curva di domanda e la curva di offerta. Entrambe esprimono una relazione tra quantità di un bene e

corrispondente prezzo (ascisse e ordinate rispettivamente). L'incrocio delle due curve determina il prezzo di equilibrio del mercato.

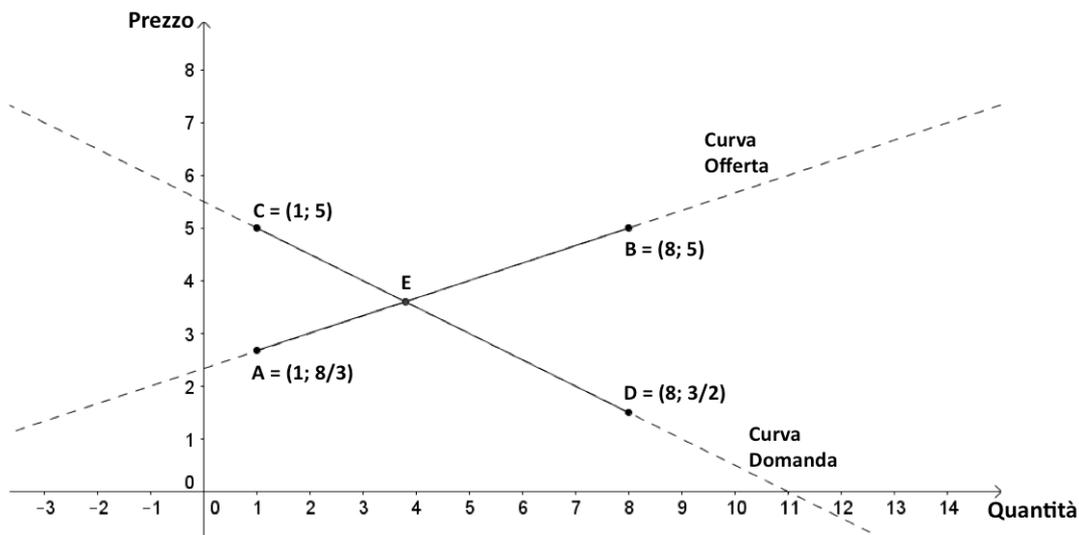


FIG. 1

A partire dal grafico dato, rispondere alle seguenti domande:

- Riferendosi alla geometria analitica del piano, di che tipo di curve si tratta?
- Quale è l'equazione che corrisponde alla curva di domanda?
- Quale è l'equazione che corrisponde alla curva di offerta?
- Quale è il prezzo di equilibrio del mercato?
- Ragionando sulla curva di domanda, come varia la quantità domandata all'aumentare del prezzo?

Più il prezzo è (alto/basso)....., più la quantità domandata è (alta/bassa).....

Di conseguenza la curva di domanda è: crescente/decescente/né crescente né decrescente

- Ripetendo lo stesso ragionamento sulla curva di offerta, cosa si può concludere circa il suo andamento?

Il seguente grafico rappresenta una diversa situazione di mercato:

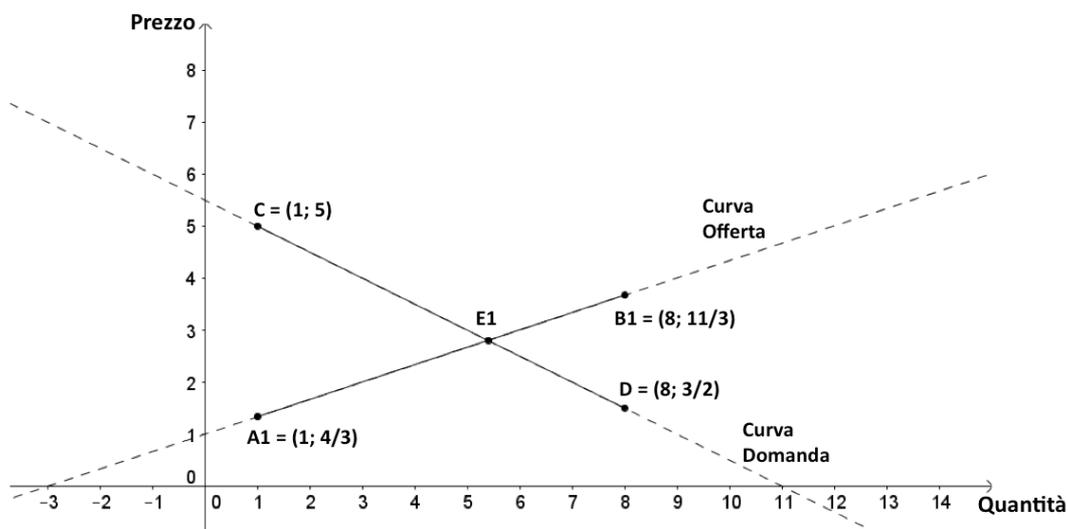


FIG. 2

- g) Quali informazioni si possono trarre confrontando i due grafici in FIG. 1 e FIG. 2?
- h) Quali uguaglianze e differenze esistono in termini di: curva di domanda, curva di offerta, equilibrio di mercato?
- i) Quale è il significato economico di tali uguaglianze e differenze?
- j) Il grafico 2 rappresenta una situazione simile a quella del grafico 1. In questo caso però, a parità di prezzo, la quantità offerta è (maggiore) Immaginiamo che la quantità offerta da una singola impresa sia fissa. Lo spostamento dalla curva 1 alla curva 2, si può spiegare con un (aumento) del numero di imprese offerenti presenti sul mercato.
- k) Immaginiamo che quando la quantità prodotta di un bene è elevata, diventi più difficile aumentarne la produzione. Il prezzo cresce, ma le imprese faticano a produrre di più; come sarà fatta la curva di offerta? Sarà ancora lineare? La risposta è negativa; se al variare della quantità le condizioni produttive cambiano, la curva non sarà lineare. Se al crescere della quantità è più difficile produrre un bene, la curva sarà più inclinata
- l) Una fontana emette sempre la stessa quantità di acqua e non è possibile averne di più. Come sarà la curva di offerta? Immaginiamo cioè che la quantità producibile di un bene sia fissa ad un certo livello. La curva di offerta sarà una retta verticale; anche se il prezzo aumenta, la quantità non può aumentare.

Commento sull'attività e indicazioni per il docente

L'attività riguarda un argomento tradizionale che è quello delle rette nel piano cartesiano. L'innovazione consiste nel presentare l'argomento matematico in un contesto ~~reale~~ di tipo economico. In particolare, si parla di curve di domanda e di offerta e di equilibrio di mercato, concetti chiave in economia che si prestano per interessanti applicazioni nell'insegnamento-apprendimento della matematica.

L'attività inizia proponendo un grafico sul piano cartesiano, dove le tradizionali variabili x e y sono la quantità di un bene e il prezzo. All'alunno si richiede, pertanto, di saper leggere ed interpretare un grafico che modella una situazione reale.

In particolare, per poter rispondere alle domande, l'alunno deve:

- riconoscere che le due curve date (la curva di domanda e la curva di offerta) sono tratti di rette nel piano, ossia funzioni di tipo lineare;
- ricavare l'equazione delle due rette, passanti per due punti dati (la curva di domanda ha equazione $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$; la curva di offerta ha equazione $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ dove x e y sono rispettivamente la quantità e il prezzo);
- risolvere per via algebrica un sistema di due equazioni in due incognite per ricavare il punto di intersezione tra le due rette, che corrisponde al prezzo di equilibrio del mercato: $E = (\frac{19}{5}; \frac{54}{15})$;
- ragionare sulla variazione di una grandezza in funzione di un'altra (quantità e prezzo) e riconoscere l'andamento delle due curve, associato al loro significato economico (decrescenza della curva di domanda e crescita della curva di offerta);
- confrontare due situazioni di mercato rappresentate da due grafici, in cui la curva di domanda risulta invariata, la curva di offerta risulta traslata (retta parallela di equazione $y = \frac{1}{3}x + 1$ dove x e y sono rispettivamente la quantità e il prezzo), l'equilibrio di mercato risulta spostato nel punto $E1 = (\frac{27}{5}; \frac{14}{5})$.

Dalla soluzione degli ultimi punti, l'insegnante si aspetta lo sviluppo di giustificazioni e argomentazioni da parte dell'alunno, che combinano aspetti tipicamente matematici con un discorso di tipo economico. Per esempio, la traslazione matematica di una retta nel piano e l'interpretazione che si può dare con una prospettiva più economica.

Per questo motivo le domande sono lasciate volutamente aperte, per favorire l'argomentazione da parte dello studente. A livello metodologico, è possibile far lavorare i ragazzi in piccoli gruppi, in modo tale da sviluppare il confronto.

Approfondimenti

- Laboratorio con GeoGebra
Le situazioni di mercato rappresentate nelle due figure possono essere riprodotte e studiate con un software di geometria dinamica: GeoGebra (<https://www.geogebra.org>).

Grazie alle potenzialità del software si può rappresentare la retta corrispondente alla curva di

domanda e definire un parametro variabile (slider) per rappresentare la curva di offerta che è soggetta a traslazioni nel piano cartesiano e che produce nuove situazioni di equilibrio di mercato.

Il laboratorio con GeoGebra si presta per organizzare l'attività a coppie o a piccoli gruppi di studenti.

- Attività formativa del progetto nazionale m@t.bel, disponibile sul sito dell'Indire al seguente indirizzo:
http://www.scuolavalore.indire.it/nuove_risorse/allineamenti-esploriamo-le-funzioni-lineari/

Si tratta di una attività di approfondimento sulle funzioni di tipo lineare, che può fornire interessanti spunti al docente sia a livello di contenuti che soprattutto di metodologia da adottare in classe.

Tutti i diritti riservati. Comitato Torino Finanza presso la Camera di Commercio di Torino. Vietata la riproduzione a terzi.