Teoria dei giochi

***Di Andrea Venturini*[1]**

1. Un semplice esempio

Durante la nostra esistenza siamo chiamati a prendere molte decisioni, buona parte delle quali devono tenere conto del comportamento altrui. A titolo di mero esempio, si pensi alla scelta tra passare la serata in casa o nell'unico pub aperto. Se fossimo i soli ad andarci, una volta arrivati troveremmo senza problemi un tavolo. Viceversa se molti altri dovessero imitarci, probabilmente saremmo costretti ad aspettare per un posto. Supponendo che sia preferibile vedere un film a casa, piuttosto che attendere in piedi, inizieremmo a valutare attentamente il da farsi. Possiamo ragionevolmente aspettarci che anche gli altri, prima di decidere come passare la serata, faranno considerazioni simili. In questo semplice esempio vi sono diversi elementi propri della teoria dei giochi. Due o più persone (dette giocatori) si trovano, loro malgrado, a interagire per il raggiungimento di uno scopo: trascorrere la serata nel migliore dei modi. Ognuno ha ben presente quali esiti si possano verificare a seconda dell'agire collettivo, ed è in grado di valutarli secondo i propri gusti. Nei limiti di ciò che è possibile fare, ciascuno cercherà di ottenere il risultato migliore. Quando una scelta influenza ed è influenzata a sua volta da ciò che fanno gli altri, siamo in presenza di un'interazione strategica. La teoria dei giochi studia le interazioni strategiche, impiegando strumenti e tecniche proprie della matematica. A differenza di altre discipline, quali per esempio la sociologia, l'analisi è condotta in modo formale e rigoroso.

2. Introduzione storica

La teoria dei giochi è una disciplina relativamente giovane. Una sua prima, forse inconsapevole, applicazione può farsi risalire alla I Guerra Mondiale, durante la battaglia di Verdun (1916). I prussiani, capito di non poter vincere lo scon-

---

[1] Ricercatore Università degli Studi del Piemonte Orientale 'Amedeo Avogadro', Dipartimento di Giurisprudenza e Scienze Politiche, Economiche e Sociali Università del Piemonte Orientale e Università di Torino

tro, decisero di attuare una strategia di logoramento a danno dei francesi. Questo allo scopo di causare perdite umane così ingenti, da avere un futuro vantaggio in termini di crescita demografica. Lo stesso Sir Winston Churchill (1958) osservò nelle sue memorie, come gli analisti inglesi avessero previsto con notevole precisione, il momento in cui il numero di tedeschi idonei al combattimento avrebbe superato quello francese. Solo pochi anni dopo tale stima scoppiò la II Guerra Mondiale. Sebbene la strategia militare sembri avere molti elementi in comune con la teoria dei giochi è nelle scienze economiche e sociali che questa disciplina ha visto il suo maggior sviluppo. Gli economisti del XIX secolo si impegnarono nel dare fondamento organico alla teoria economica, prendendo in considerazione contesti ideali quali per esempio la concorrenza perfetta. Il primo ad analizzare una situazione di interazione strategica in economia fu Antoine Augustin Cournot (1838). Egli pubblicò un lavoro nel quale studiava il comportamento ottimale di due imprese in competizione. Il suo lavoro poneva l'accento sull'interdipendenza delle scelte di produzione. Tenuto conto del reciproco desiderio delle imprese, di massimizzare il proprio profitto, calcolava per ciascun livello di produzione dell'avversario la quantità ottimale da produrre. Tuttavia furono i matematici a studiare i giochi strategici da un punto di vista puramente formale. Per esempio ispirandosi agli Scacchi, Zermelo (1913), Köning (1927) e Kalmár (1928/29) analizzarono il comportamento di due giocatori in competizione tra loro, cercando di determinare le condizioni di vittoria certa per il Bianco e il Nero. Usando terminologie diverse, definirono il concetto di gioco in forma estesa, strategia e risposta ottimale. Il vero pioniere rimane comunque John von Neumann (1928) che scrisse un articolo dove veniva indicato, per la prima volta, come descrivere e risolvere matematicamente un qualunque gioco. È solo con la pubblicazione del libro "Theory of Games and Economic Behavior" (1944), scritto da Oskar Morgenstern e John von Neumann che alla materia viene data un'impostazione organica rivolta all'economia e più in generale alle scienze sociali. Tra i molti meriti degli autori, come introdurre nel titolo quello che poi sarà il nome della disciplina, il più rimarchevole è l'aver dato fondamento logico al modello dell'utilità attesa. Lo strumento di analisi del comportamento individuale, alla base della teoria dei giochi e non solo. In principio l’opera non fu accolta con particolare entusiasmo. Forse perché risultava di difficile comprensione. Lo stesso editore, prima di procedere alla stampa, pretese una cauzione a copertura delle eventuali perdite. Tale somma fu reperita grazie a una donazione anonima, elargita da un “ben noto Americano” (Morgenstern, 1976). Qualche anno più tardi John F. Nash, un giovane matematico di Princeton, formalizzerà un concetto di equilibrio che prenderà il suo nome. Tra il 1950 e il 1953 egli pubblicherà tre articoli che oltre a fargli valere il premio Nobel (vinto insieme a John Harsanyi e Reinhard Selten) nel 1994, daranno un forte impulso a nuovi sviluppi. A distanza di 60 anni la teoria dei giochi si è arricchita di strumenti e concetti, grazie ai quali è cresciuto anche il numero di campi nei quali trova applicazione. Ogni fenomeno economico-sociale in cui interviene un'interazione strategica, può essere analizzato da questa disciplina. Per esempio si pensi al marketing, alla regolamentazione anti-trust o alla contrattazione sindacale.

3. Che cosa è un gioco?

Nel mondo reale un gioco è un elenco di regole volto a stabilire: il numero di giocatori, quali sono le mosse permesse e, qualora sia previsto, le condizioni di vittoria. Quando si procede all'analisi di una situazione strategica, gli elementi da determinare sono similari. Innanzi tutto vanno identificati i soggetti coinvolti. Questi possono essere persone fisiche o entità astratte, come le imprese di un determinato settore. Una volta definito l’insieme dei giocatori è necessario stabilirne gli obbiettivi e la natura dell’interazione strategica. Supponiamo di voler studiare il comportamento delle compagnie telefoniche. È facile supporre che il lancio di un particolare piano tariffario, sia destinato a suscitare una reazione nella concorrenza. Questo per non perdere i clienti che potrebbero decidere di cambiare operatore. Ogni compagnia può scegliere tra diverse combinazioni di servizi e prezzi, la cui totalità costituisce l’insieme delle possibili azioni. Il risultato finale, ovvero il numero di clienti persi o acquisiti, dipenderà dalle alternative presenti sul mercato e dall’offerta della singola impresa. Tali scelte, nel loro complesso, costituiscono il così detto profilo di azioni. A seconda del profilo realizzato è possibile identificare un risultato finale, ovvero la quota di mercato persa o guadagnata da ciascun operatore telefonico. Per analizzare questa situazione di cos'altro abbiamo bisogno? La teoria dei giochi è pur sempre una branca della matematica applicata e, in quanto tale, fornisce rappresentazioni stilizzate della realtà. Senza alcune ipotesi ragionevoli, non saremmo in grado di spingerci oltre a una mera descrizione qualitativa del fenomeno. La prima riguarda il comportamento dei giocatori: li supporremo razionali. Esistono definizioni più o meno formali del concetto di razionalità. Qui ci limiteremo a scrivere che "un giocatore è razionale se in base alle informazioni in suo possesso, sceglierà sempre l'alternativa migliore (tra quelle disponibili)". La razionalità non solo prevede che l'individuo persegua i propri obbiettivi in modo ottimale, richiede anche che sia in grado di comprendere le informazioni ricevute. Alcuni Autori chiamano questa capacità "intelligenza". Tra le informazioni note al giocatore vi è la struttura del gioco, gli esiti legati ai diversi profili di azioni e il fatto di essere razionale. Date queste premesse mettiamoci nei panni di uno dei giocatori e chiediamoci: cosa so degli altri? Loro cosa sanno di me? Proprio perché siamo razionali, verrebbe naturale chiedersi se anche gli altri lo sono. Pur sapendo di esserlo nessun giocatore, preso singolarmente, è in grado di dire se le seguenti affermazioni siano vere o false: gli altri sono razionali, gli altri sanno che io sono razionale. Sapere di avere a che fare con degli avversari che perseguono in modo ottimale i propri obbiettivi è fondamentale. Per esempio ci permette di escludere la possibilità che qualcuno faccia volutamente delle scelte autolesive. In modo analogo, se gli altri sono a conoscenza della nostra razionalità, si aspetteranno lo stesso da noi. Supponiamo ora che un soggetto esterno, qualcuno di cui i giocatori si fidano, riveli a ciascuno (separatamente) che gli altri sono razionali. A questo punto tutti potrebbero dirsi certi della veridicità della prima affermazione: gli altri sono razionali. Tuttavia, non sarebbero ancora in grado di dire nulla in merito alla seconda: gli altri sanno che io sono razionale. Senza contare la risposta al quesito: gli altri sanno che io sono a conoscenza della loro razionalità? Infatti non basta sapere tutti la stessa cosa, è necessario esserne consapevoli. In caso contrario uno o più giocatori potrebbero fare questo tipo di ragionamento: io so di essere razionale e so che anche gli altri lo sono. Però, forse, loro non sanno della mia razionalità o addirittura potrebbero credermi irrazionale. Oppure pensano che io sia convinto della loro irrazionalità. Come è facile intuire, procedendo di questo passo, non vi è limite (in effetti si potrebbe andare avanti all'infinito) al numero di possibili speculazioni. La teoria di giochi, per risolvere questo problema, offre un concetto molto semplice: la conoscenza comune. I giocatori hanno conoscenza comune circa una particolare informazione, quando tutti la conoscono, tutti sanno che tutti la conoscono, tutti sanno che tutti sanno che tutti la conoscono e così via. L'informazione potrebbe anche riguardare un'azione scelta da uno dei giocatori o il realizzarsi di un evento prima o durante il gioco. La seconda ipotesi necessaria è quindi che la razionalità di ciascun giocatore e la struttura del gioco, siano conoscenza comune tra di loro. Con queste due sole supposizioni, siamo già in grado di determinare il comportamento dei giocatori in situazioni relativamente semplici. Per esempio consideriamo il seguente gioco, in un'urna vi sono quattro biglietti ciascuno dei quali dà diritto a ottenere un importo monetario: 50, 100, 200 o 500 euro. Viene chiesto a quattro persone di estrarne uno a testa e, osservato il premio a cui avrebbero diritto e senza rivelarne l'ammontare, scegliere se scambiarsi i biglietti tra di loro. Terminata questa fase ognuno riceverà il denaro indicato dal biglietto in suo possesso. Gli importi presenti nell'urna sono conoscenza comune tra i giocatori, così come la reciproca razionalità. La teoria dei giochi permette di affermare che nessun giocatore riuscirà a scambiare il proprio biglietto. Il ragionamento da seguire è abbastanza semplice. Supponiamo che Andrea, Daniele, Dino e Paolo partecipino a questo gioco e che dopo aver estratto il proprio biglietto, ognuno si trovi ad avere la possibilità di vincere i seguenti importi:

Giocatore	**Biglietto estratto**
Andrea	50 euro
Daniele	100 euro
Paolo	200 euro
Dino	500 euro

Poiché i quattro sono razionali, accetteranno di scambiare il proprio biglietto, solo se avranno la possibilità di ottenere un risultato migliore. Consideriamo ora la scelta di Dino che sa di avere il premio più alto. Dal suo punto di vista se dovesse fare uno scambio, in ogni caso si ritroverebbe con un premio inferiore (50, 100 o 200 euro). Quindi rifiuterà qualsiasi proposta di scambio e si guarderà bene dal farne una. Paolo, sfruttando la propria razionalità e sapendo che anche gli altri lo sono, farà il seguente ragionamento: ho il premio da 200 euro e chiunque dovesse avere il biglietto da 500 euro preferirà tenerselo. Quindi quel giocatore, chiunque esso sia, non accetterà mai uno scambio e tantomeno ne proporrà uno. Pertanto Paolo non vorrà scambiare, perché l'unico che glielo potrebbe proporre o che accetterebbe è un giocatore con il biglietto da 50 o 100 euro. Daniele, immaginando il ragionamento fatto dai giocatori (pur non sapendo chi essi siano) in possesso dei premi da 500 e 200 euro, sa che nessuno dei due proporrà o accetterà uno scambio. Trovandosi nell'impossibilità di ottenere un premio maggiore di 100 euro, a sua volta sceglierà di tenersi il biglietto estratto. Infine Andrea sa di avere il premio più basso e di certo non potrebbe che guadagnare da uno scambio. Tuttavia né Daniele, né Dino o Paolo acconsentiranno. Questo risultato non dipende dal numero dei giocatori. Purché l'elenco dei premi e la razionalità siano conoscenza comune, è possibile estendere (per induzione) la medesima analisi anche a 10, 20 o più giocatori.

4. Il concetto di equilibrio

I quattro nel precedente esempio sceglieranno di tenere il biglietto estratto, anche se per Andrea sarebbe indifferente proporre o meno uno scambio. Egli sa che in ogni caso gli altri tre rifiuterebbero. Questo comportamento collettivo o più precisamente, questo profilo di azioni, dà origine alle seguenti vincite:

Giocatore	Azione	Vincita
Dino	Tenere il biglietto estratto	500 euro
Paolo	Tenere il biglietto estratto	200 euro
Daniele	Tenere il biglietto estratto	100 euro
Andrea	Scambiare il biglietto estratto	50 euro

Ora ci si potrebbe chiedere: supponendo che gli altri scelgano l'azione descritta nella tabella, cambiando la propria scelta c'è modo (per almeno uno di loro) di ottenere un risultato migliore? Per esempio se Daniele dovesse decidere di proporre uno scambio, anziché tenere il proprio biglietto, migliorerebbe la sua situazione? L'unica persona disposta ad accettare è Andrea che in questo caso otterrebbe un notevole incremento (100 anziché 50 euro). Tuttavia, così facendo Daniele riceverebbe un premio inferiore (50 anziché 100 euro). Questo significa che per lui non è conveniente cambiare azione. Ripetendo il ragionamento con Paolo e Dino la risposta rimane la medesima. Nessuno di loro ha modo di ottenere qualcosa di meglio. Anche Andrea, considerato che gli altri terranno i propri biglietti, non ha modo di incrementare la sua vincita. Infatti sia che provi o meno a scambiare il biglietto, per lui non cambierà nulla. Non troverà nessuno disposto ad accettare. Abbiamo verificato quindi che dato il comportamento degli altri, anche cambiando l'azione scelta, non esiste alcuna possibilità di ottenere un beneficio. Fissato un profilo di azioni, la scelta del singolo di discostarsi dalla propria viene chiamata: deviazione unilaterale. Se in un profilo di azioni, nessun giocatore ha a disposizione una deviazione unilaterale che gli permetta di ottenere un risultato migliore, diremo che quel profilo di azioni è un equilibrio. Scritto in altri termini: un equilibrio è un profilo di azioni tale per cui, dato il comportamento degli altri, il singolo giocatore non ha incentivi a mutare la sua scelta. Quello di equilibrio è un concetto molto più profondo, di quanto non possa sembrare a prima vista. Considerato che è impossibile trarre guadagno da una deviazione unilaterale, nessun giocatore vorrà cambiare l'azione scelta. Non solo, ogni giocatore sa che gli altri non hanno interesse a fare qualcosa di diverso, quindi si atterrà a quanto previsto dall'equilibrio. Perché di fatto è il meglio che può fare in tale situazione. Gli esiti associati a uno specifico profilo di azioni, vengono chiamati payoff. Nell'esempio dei quattro giocatori e l'urna i payoff erano importi monetari. Più in generale i payoff possono essere qualunque cosa, purché rappresentabile con dei numeri. Esiti più graditi rispetto ad altri, devono essere rappresentati con valori maggiori. Giusto per fissare le idee consideriamo il seguente esempio: Alessandra e Daniele, da poco tempo fidanzati, devono decidere come passare la serata. Le opzioni a loro disposizione sono due: andare a teatro o allo stadio per assistere a una partita di calcio. Poiché si amano, avrebbero piacere di trascorrere più tempo insieme, piuttosto che stare da soli. Il problema è che Alessandra preferisce il teatro al calcio, mentre per Daniele vale il contrario. Lei vorrebbe andare a teatro ma pur di stare con lui, sarebbe disposta a vedere la partita (correndo il rischio di annoiarsi). Tuttavia se dovesse uscire da sola, preferirebbe senza ombra la prima opzione. I suoi payoff sono rappresentabili con la seguente tabella:

	con Daniele	da sola
Teatro	10	5
Stadio	7	0

Allo stesso modo Daniele preferirebbe andare allo stadio ma piuttosto che essere da solo, sarebbe disposto ad accompagnare Alessandra a teatro (correndo il rischio di addormentarsi). Tuttavia se non avesse modo di vederla, di certo andrebbe a vedere la partita. I suoi payoff possono essere così rappresentati:

	da solo	con Alessandra
Teatro	0	7
Stadio	5	10

Supponiamo ora che i due non abbiano modo di mettersi in contatto, per esempio perché entrambi hanno lasciato i telefoni cellulari a casa. Usciti dai rispettivi posti di lavoro, dovranno decidere dove recarsi. In questa situazione cosa è preferibile fare? Prima di procedere all'analisi, sarà opportuno unire le due tabelle, così da evidenziarne l'interdipendenza strategica. Quella riportata di seguito è detta rappresentazione del gioco "in forma normale":

	Teatro	Stadio
Teatro	10,7	5,5
Stadio	0,0	7,10

A sinistra della tabella sono riportate le possibili scelte di Alessandra (Teatro o Stadio), mentre sopra sono elencate le scelte a disposizione di Daniele (anche lui Teatro o Stadio). Le coppie di numeri nelle celle rappresentano i loro payoff. Il numero a sinistra della virgola è l'esito per Alessandra, a destra vi è quello di Daniele. Se entrambi dovessero decidere di andare a Teatro, il profilo realizzato (Teatro, Teatro) corrisponderebbe ai payoff 10,7 (la prima cella in alto a sinistra). Il gioco appena presentato è detto a mosse simultanee. Questo perché entrambi scopriranno la scelta dell'altro, solo una volta arrivati a destinazione. Come nell'esempio precedente, assumeremo che la struttura del gioco e la razionalità dei giocatori siano conoscenza comune. Supponiamo che Alessandra scelga di andare a Teatro, in questo caso quale sarebbe l'opzione migliore per Daniele? La scelta di Alessandra è indicata dalla freccia

	Teatro	Stadio
Teatro	10,**7**	5,**5**
Stadio	0,0	7,10

Andando a teatro Daniele otterrebbe un payoff pari a 7, mentre se dovesse andare allo stadio (da solo) il payoff sarebbe uguale a 5 (i due numeri sottolineati). In questo caso è evidente che per lui la scelta migliore è il teatro. Consideriamo ora l'ipotesi che Alessandra vada allo stadio

	Teatro	Stadio
Teatro	10,7	5,5
Stadio	0,**0**	7,**10**

Contrariamente alla situazione precedente, per Daniele sarebbe preferibile recarsi allo stadio (10 è maggiore di 0), anzi per lui è l'esito migliore tra quelli possibili. Analizziamo ora la situazione dal punto di vista di Alessandra, supponendo che Daniele scelga di andare a teatro:

	Teatro	Stadio
Teatro	**10**,7	5,5
Stadio	**0**,0	7,10

Se Alessandra scegliesse di recarsi a teatro otterrebbe un payoff pari a 10, viceversa se decidesse di andare (da sola) allo stadio il payoff sarebbe uguale a 0. In questo caso per lei l'opzione migliore è andare a teatro con Daniele. D'altra parte se Daniele decidesse di andare allo stadio

	Teatro	Stadio
Teatro	10,7	**<u>5</u>**,5
Stadio	0,0	**<u>7</u>**,10

Lei preferirebbe raggiungerlo e vedere la partita insieme a lui (7 è maggiore di 5). I profili di azioni individuati prevedono che Alessandra e Daniele facciano le medesime scelte (Teatro, Teatro) oppure (Stadio, Stadio):

	Teatro	Stadio
Teatro	**<u>10</u>**,**<u>7</u>**	5,5
Stadio	0,0	**<u>7</u>**,**<u>10</u>**

In questo gioco abbiamo individuato due possibili equilibri. Infatti è evidente come nessuno dei due, abbia una deviazione unilaterale vantaggiosa, dato il profilo (Teatro, Teatro) o (Stadio,Stadio). La domanda che sorge spontanea è la seguente: quale dei due equilibri verrà giocato? Daniele e Alessandra potrebbero essersi messi prima d'accordo su dove andare, per esempio a teatro. Alessandra sa che il fidanzato preferisce stare con lei, piuttosto che andare allo stadio da solo. Quindi pur non avendo ricevuto alcuna conferma da Daniele, si farà trovare alla biglietteria del teatro, certa del suo arrivo. Daniele, conoscendo la fidanzata (i suoi payoff), è consapevole che lei sopra ogni cosa, preferisce andare a teatro con lui. Per cui non ha motivo di credere che una volta arrivato lì, lei non ci sarà. Il medesimo risultato si poteva ottenere se, anziché concordare una linea d'azione, Alessandra si fosse limitata a dire: "Domani sera io vado a teatro, tu fai quello che vuoi." Daniele, valutato che è nel suo interesse agire in modo ottimale, la sera successiva si farà trovare in teatro. Alessandra, sapendolo, non avrà alcun motivo per non fare come dichiarato, anche perché lei conosce il fidanzato (i suoi payoff) e sa che crederà al suo "ultimatum". Questo risultato non ha nulla a che fare con l'idea di cooperazione, o meglio, la cooperazione emerge dal comportamento razionale dei singoli giocatori. Poiché è nel loro esclusivo interesse coordinare le azioni. L'annuncio di attenersi a un particolare comportamento (in questo caso andare a teatro), induce chi lo ascolta a crederci solo se riguarda un'azione che poi si rivelerà ottimale. Questo è possibile quando il profilo che si realizzerà è uno degli equilibri del gioco. Ovvero, quando l'azione scelta dalla controparte, in risposta all'azione dichiarata, dà origine per entrambi al miglior payoff possibile. Come avremo modo di vedere, non tutti gli annunci producono simili risultati.

Il dilemma del prigioniero

Il dilemma del prigioniero è forse il gioco più noto nelle facoltà di economia. Questo perché spesso viene usato per introdurre il concetto di equilibrio di Nash e come esempio della presunta inefficienza, causata dal comportamento individuale. Due malviventi, sospettati di aver commesso insieme molti crimini, vengono arrestati dalla polizia. Purtroppo gli inquirenti non hanno prove sufficienti a processarli per tutti i reati. Senza uno che accusi l'altro, il magistrato potrà ottenere solo una condanna lieve per entrambi. Una volta arrivati in questura, i due incontrano (insieme) il magistrato che gli fa la seguente offerta: "il primo di voi che testimonierà contro l'altro non subirà alcuna condanna. L'altro, invece, sarà processato e condannato per tutti i crimini che avete commesso." Alla fine dell'incontro i malviventi vengono separati e messi in stanze diverse. Loro sanno che se nessuno dei due testimonierà, entrambi verranno condannati a una pena lieve: 3 anni di reclusione. Chi confesserà non farà un giorno di prigione, mentre l'altro subirà una condanna molto severa: 20 anni di reclusione. Nel caso in cui entrambi dovessero confessare, riconoscendo un certo pentimento nei due, il giudice il condannerà a una pena di media severità: 10 anni di reclusione. Gli indiziati sono separati e nessuno dei due ha cognizione di ciò che farà l'altro. Come nel gioco che vedeva coinvolti Daniele e Alessandra, assumeremo che la struttura del gioco e la razionalità dei malviventi siano conoscenza comune. Questo gioco a mosse simultanee può essere rappresentato con la seguente forma normale:

	Testimoniare	non Testimoniare
Testimoniare	-10,-10	0,-20
non Testimoniare	-20,0	-3,-3

Data la struttura del gioco i due possono solo scegliere se testimoniare o meno. Nelle celle il numero a sinistra della virgola è il payoff del giocatore che sceglierà una delle azioni a sinistra della tabella, mentre a destra vi è il payoff del giocatore che sceglierà una delle azioni scritte sopra alla tabella. Usualmente il primo viene chiamato giocatore riga e il secondo giocatore colonna. Supponiamo che il giocatore riga decida di testimoniare a carico del complice:

	Testimoniare	non Testimoniare	
Testimoniare	-10,<u>**-10**</u>	0,<u>**-20**</u>	🡐
non Testimoniare	-20,0	-3,-3	

In questa eventualità al giocatore colonna conviene testimoniare a sua volta, 10 anni di reclusione sono decisamente meglio di 20. Quindi sceglierà di farlo. Nel caso in cui il giocatore riga decidesse di non testimoniare

	Testimoniare	non Testimoniare	
Testimoniare	-10,-10	0,-20	
non Testimoniare	**-20**,<u>0</u>	**-3**,<u>-3</u>	🡐

al giocatore colonna converrebbe ancora farlo, perché così non subirebbe alcuna condanna (essendo l'unico a collaborare con gli inquirenti) mentre se decidesse di tacere, sarebbe costretto a passare 3 anni in prigione. Indipendentemente dalla scelta del giocatore riga, al giocatore colonna converrà sempre testimoniare. Quando un giocatore ha a disposizione un'azione che risulta ottimale, rispetto a qualunque scelta dei suoi avversari, si dice che possiede un'azione dominante. Sceglierla significa rispondere in modo ottimale a qualunque cosa possano fare gli altri.

	Testimoniare	non Testimoniare
Testimoniare	<u>**-10**</u>,-10	0,-20
non Testimoniare	<u>**-20**</u>,0	-3,-3
	🡑	

Guardando il giocatore riga supponiamo che il giocatore colonna decida di testimoniare, in questo caso anche a lui converrà testimoniare, così da subire una condanna a 10 anni piuttosto che 20. D'altra parte se il giocatore colonna dovesse decidere di non testimoniare, al giocatore riga converrà testimoniare comunque

	Testimoniare	non Testimoniare
Testimoniare	-10,-10	**<u>0</u>**,-20
non Testimoniare	-20,0	**<u>-3</u>**,-3

perché in questo modo non subirà alcuna condanna. Risulta che anche per il giocatore colonna testimoniare è un'azione dominante. Mettendo insieme le cose, possiamo identificare un unico equilibrio nel quale il profilo realizzato è (Testimoniare, Testimoniare) e i payoff risultanti sono -10,-10.

	Testimoniare	non Testimoniare
Testimoniare	**<u>-10</u>**,**<u>-10</u>**	0,-20
non Testimoniare	-20,0	-3,-3

Guardando ai payoff qualcuno potrebbe giustamente obbiettare che il risultato migliore per entrambi era non testimoniare. Pur condividendo l'osservazione, vi è da dire che il profilo di azioni nel quale entrambi scelgono di non testimoniare non può essere un equilibrio. Supponiamo che in principio si siano messi d'accordo per non testimoniare mai uno contro l'altro. Un po' come Alessandra e Daniele, quando il giorno prima, si erano accordati per andare a teatro. Questo significa che i due criminali hanno precedentemente concordato di giocare il profilo di azioni (non Testimoniare, non Testimoniare). Tale accordo produrrà qualche effetto sul loro comportamento? La risposta è no. Per dimostrarlo prendiamo in considerazione la situazione del giocatore riga. Egli sa di essersi accordato per non testimoniare, anche ammettendo che per una qualche ragione l'altro mantenga la parola data, a lui converrà comunque testimoniare. Nel momento stesso in cui lo realizza è consapevole che anche il complice, essendo razionale, è giunto alla medesima conclusione. Quindi per forza di cose testimonierà a sua volta. Se invece fosse lui a non volerlo fare, valuterà che l'altro lo farà di certo e quindi la cosa migliore è non mantenere la parola data, scegliendo di testimoniare. Quale è la differenza sostanziale tra questo caso e quello del teatro? Alessandra aveva annunciato di voler giocare un'azione che alla fine si rivelerà ottimale. I due malviventi, invece, si sono impegnati a giocare un profilo che non potrà mai verificarsi. Perché? Semplicemente perché non essendo un equilibrio del gioco, almeno uno dei due ha una deviazione unilaterale che gli permette di migliorare la propria situazione. Stando così le cose l'impegno preso non è destinato a produrre alcun effetto sul loro comportamento. La controparte anticipando questa deviazione unilaterale, agirà di conseguenza, rendendo vano ogni precedente accordo. Nel dilemma del prigioniero l'equilibrio descritto dal profilo di azioni (Testimoniare, Testimoniare) è un equilibrio di Nash. Lo stesso vale per i profili (Teatro, Teatro) e (Stadio, Stadio) nel gioco tra Alessandra e Daniele. Prima di dare la definizione di equilibrio di Nash, sarà utile introdurre il concetto di strategia e risposta ottimale. Una strategia è una regola di decisione, attraverso la quale ciascun giocatore, sceglie l'azione migliore da giocare in base alle scelte degli altri. Nell'esempio del teatro, la strategia di Alessandra è la seguente: vai a teatro se Daniele va a teatro, vai allo stadio se Daniele va allo stadio. Nel gioco dei due malviventi, poiché vi è un'unica azione dominante, la strategia è semplicemente: confessare in ogni caso. Quando una strategia, ovvero l'azione o le azioni scelte, sono il meglio che si possa fare dato l'agire degli avversari, diremo che quella strategia è una risposta ottimale. Visto in questi termini, un equilibrio di Nash è semplicemente un insieme di strategie (una per giocatore) tale che ognuna sia risposta ottimale alle altre. Sino ad ora ci siamo limitati a studiare i così detti giochi a mosse simultanee. Consideriamo ora questo ultimo esempio: in una piccola cittadina vi è un'unica auto officina che si occupa di riparare tutti i veicoli dei residenti. Un giorno un meccanico si trasferisce con la famiglia in quel luogo, valutando la possibilità di aprire una propria attività (in concorrenza con quella già esistente). Trattandosi di un piccolo paese, il proprietario dell'auto officina viene a saperlo. Temendo di perdere parte dei clienti, fa di tutto per incontrarlo e quando ci riesce, gli dice che se dovesse aprire una sua attività, lui abbasserà così tanto i prezzi da costringerlo a chiudere. Una simile minaccia è credibile? Consideriamo la situazione dal punto di vista della teoria dei giochi. Il meccanico della città ha due possibili scelte: accettare l'apertura della nuova attività e quindi perdere alcuni clienti, oppure combattere abbassando i prezzi. Facendolo però fronteggerebbe anche lui delle perdite. Il nuovo arrivato invece, deve scegliere se aprire la sua attività o meno. Questa situazione può essere rappresentata con il seguente gioco:

	Combattere	Accettare
Aprire	-1,-1	5,5
non Aprire	0,10	0,10

Il nuovo arrivato è il giocatore riga, mentre il proprietario dell'auto officina è il giocatore colonna. I payoff negativi rappresentano le perdite di entrambi, qualora il giocatore colonna decidesse di abbassare i prezzi in risposta all'apertura della seconda auto officina. Se il giocatore riga dovesse desistere dal suo proposito, il giocatore colonna continuerebbe a ottenere un profitto pari a 10. Lui, per contro, non guadagnerebbe nulla. Una volta che il giocatore riga ha aperto la sua attività, il giocatore colonna potrebbe decidere di non attuare la minaccia e in quel caso i due si spartirebbero i profitti al cinquanta per cento (cella in alto a destra). Analizzando la situazione, impiegando la medesima tecnica usata precedentemente, troveremo tre possibili equilibri:

	Combattere	Accettare
Aprire	-1,-1	**5,5**
non Aprire	**0,10**	**0,10**

Questo gioco, rappresentato come se fosse a mosse simultanee, in realtà non lo è. L'azione del giocatore colonna, combattere o accettare, è in risposta a quanto farà il giocatore riga. Supponiamo che il giocatore riga decida di aprire la sua attività.

	Combattere	Accettare
Aprire	-1,-1	5,5

Il giocatore colonna in un caso fronteggerà una perdita, nell'altro perderà solo parte dei clienti. Poiché è razionale, data la scelta dell'avversario di aprire la propria attività, sceglierà di accettare (5 è maggiore di -1). Il giocatore riga, sapendo che il giocatore colonna è razionale, sa che una volta aperta l'auto officina non ci sarà alcuna guerra dei prezzi. Questo perché ci perderebbe anche lui. Forte di questa consapevolezza, confronterà il payoff che otterrebbe aprendo l'attività (sapendo che l'altro sceglierà di accettare) con quello che riceverebbe nel caso in cui desistesse. Poiché 5 è maggiore di 0, egli deciderà di aprire. A differenza dei giochi visti in precedenza, la scelta del giocatore colonna avviene dopo aver osservato l'azione del giocatore riga. Il quale ha due vantaggi: può anticipare la reazione dell'avversario ed è il primo a muovere. Il metodo di risoluzione appena adottato, viene chiamato induzione a ritroso e si applica a questo tipo di giochi. Ovvero, quelli in cui le azioni non avvengono contemporaneamente (come nel caso dell'auto officina) ma in sequenza. I giocatori possono muovere una o più volte a turno ma mai insieme. Inoltre tutti vedono cosa hanno fatto gli altri e si regolano di conseguenza. Esistono anche versioni più complesse di giochi, nelle quali ciò che fa un giocatore può non essere osservabile o alcune caratteristiche dei payoff sono ignote. Chi volesse approfondire l'argomento è invitato a fare riferimento all'ultima parte di questo documento, dove sono elencati alcuni testi.

Nota conclusiva

Questa introduzione alla teoria dei giochi è per forza di cose lacunosa. Sarebbe impossibile condensare 60 anni di sviluppi in poche pagine. Tra le molte carenze, non vi è alcun accenno alla teoria dei giochi cooperativi. Ovvero quelli in cui i giocatori possono decidere di formare una o più coalizioni, per ottenere un payoff migliore. Così come nulla si è detto circa le possibili critiche all'approccio proposto da questa disciplina. Giusto per averne un'idea, si deve considerare che la teoria dei giochi si basa sull'assunto della razionalità. Ciò implica che i giocatori siano in grado di valutare tutti i possibili esiti (come se avessero a disposizione un'infinita capacità di calcolo) e tra i tanti, scegliere ciò che è meglio per loro. Questo senza curarsi minimamente di ciò che può accadere agli altri. A seconda del contesto, può risultare difficile giustificare una simile ipotesi. Soprattutto quando si vogliono introdurre concetti come: l'altruismo, la generosità o la cooperazione spontanea. Ovviamente a meno di non includere tali fattori nei payoff dei giocatori. Nel dilemma del prigioniero i due criminali non assegnano alcun valore al fatto di mantenere la parola data. L'unica cosa di cui preoccupano è passare il minor numero di anni possibile in prigione. Diversamente l’azione confessare potrebbe non essere più quella migliore per entrambi.

Riferimenti bibliografici

In lingua italiana:

Aumann Robert, “I giochi dell'economia e l'economia dei giochi”, ISBN 978-8883232299, Di Renzo Editore.

Colombo Ferdinando, “Introduzione alla teoria dei giochi”, ISBN 978-8843027989, Carocci.

Gibbons Robert, “Teoria dei giochi”, ISBN 978-8815108234, Il Mulino.

In lingua inglese:

Myerson Roger B., “Game Theory”, ISBN 978-0674341163, Harvard University Press.

Osborne Martin e Rubinstein Ariel,“A course in game theory”, ISBN 978-0262150415, The MIT Press.

Sitografia (in lingua inglese):

http://www.gametheory.net/

http://www.economics.utoronto.ca/osborne/cgt/index.html

Bibliografia

Churchill Sir Winston, “La seconda guerra mondiale”, Mondadori, (1958), Milano.

Cournot Antoine Augustin, “Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses”, (1838), L. Hachette.

Morgenstern Oskar, “The Collaboration Between Oskar Morgenstern and John von Neumann on the Theory of Games”, Journal of Economic Literature, 14, n. 3, (1976), pp. 805 – 816

von Neumann John e Morgenstern Oskar, “The Theory of Games and Economic Behavior”, Princeton University Press (1947), Princeton.